FUNCŢII CARDINALE ŞI FUNCŢII INTEGRALE CIRCULARE EXCENTRICE

Mircea Eugen Şelariu
Polytechnic University of Timişoara, Romania
Florentin SMARANDACHE
Chair of Department of Math & Sciences,
University of New Mexico-Gallup, USA
Marian Niţu
Institutul Naţional de Cercetare-Dezvoltare pentru
Electrochimie şi Materie Condensată, Timişoara, Romania

0. REZUMAT

Lucrarea prezintă corespondentele din matematica excentrică ale funcţiilor cardinale şi integrale din matematica centrică, sau matematica ordinară, funcţii centrice prezentate şi în introducerea lucrării, deoarece sunt prea puţin cunoscute, deşi sunt utilizate pe larg în fizica ondulatorie.

În matematica centrică, sunt definite sinusul şi cosinusul cardinal, ca şi cele integrale, atât cele circulare cât şi cele hiperbolice. În matematica excentrică, toate aceste funcţii centrice se multiplică de la unu la infinit, datorită infinităţii de puncte în care poate fi plasat un punct,denumit excentru **S(s, ε),** în planul cercului unitate CU(O,R =1) sau a hiperbolei unitate echilatere HU(O, a = 1, b =1). În plus, în matematica excentrică apar o serie de alte funcţii deosebit de importante, ca aexθ, bexθ, dexθ, rexθ ş.a care, prin împărţirea lor cu argumentul θ, pot să
devină şi funcţii circulare excentrice cardinale, ale căror primitive devin automat funcţii circulare excentrice integrale.

Toate funcţiile supermatematice circulare excentrice (**FSM**-**CE**) pot fi de variabilă excentrică θ, care sunt funcţii continue în domeniul excentricităţii numerice liniare s∈[-1,1], sau
de variabilă centrică α, care sunt continue pentru oricare valoare a lui s, adică s ∈ [- ∞, + ∞].

KEYWORDS AND ABBREVIATIONS

C-**Circular** , CC-C **centric,** CE-C **Excentric,** CEL-C **Elevat,** CEX-C **Exotic,** F-**Funcţie,** FMC-F **Matematice centrice,** M- **Matematică,** MC-M **Centrică,** ME-M **Excentrică,** S-**Super,** SM-S **Matematică,** FSM-F **Supermatematice,** FSM-CE-FSM–**Circulare Excentrice**, FSM-CEL-FSM-C **Elevate,** FSM-CEC-FSM-CE-**Cardinale,** FSM-CELC-FSM-CEL **Cardinale**

1. ÎNTRODUCERE :
FUNCŢIA SINUS CARDINAL CENTRIC

În dicţionar, cuvântul **cardinal** este sinonim cu principal, esenţial, fundamental. În matematica centrică, sau matematica ordinară, **cardinal** reprezintă, pe de o parte, un număr egal cu numărul membrilor unei mulţimi finite, denumit şi **puterea** mulţimii, iar, pe de altă parte, sub denumirea de **sinus cardinal** (**sinc x**) sau **cosinus cardinal**, (**cosc x**), este o funcţie specială, definită cu ajutorul funcţiei circulare centrice (**FCC**) **sinx** şi, respectiv, **cosx**, utilizate frecvent în fizica ondulatorie (Fig.**1**) şi a cărui grafic, al sinusului cardinal, este denumit, datorită formei lui (Fig.**2**), şi "pălaria mexicană (sombrero)".

Notată sinc x, funcţia sinus cardinal este dată, în literatura de specialitete, în trei variante

(1) $$\text{sinc x} = \begin{cases} 1, & pentru\ x = 0 \\ \frac{sinx}{x}, & pt. x \in [-\infty, +\infty]\backslash 0\text{'} \end{cases}$$

$$\frac{\sin x}{x} = 1 - \frac{x^2}{6} + \frac{x^4}{120} - \frac{x^{76}}{5040} + \frac{x^8}{362880} + O[x]^{11} =$$

$$= \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!} \rightarrow \text{sinc}\frac{\pi}{2} = \frac{2}{\pi}, \quad \frac{d(sinc\,x)}{dx} =$$

$$= \frac{cosx}{x} - \frac{sinx}{x^2} = \text{cosc x} - \frac{sinc\,x}{x},$$

(2) $$\text{sinc x} = \frac{\sin \pi x}{\pi x},$$

(3) $$\text{sinc}_a\text{x} = \frac{sin\frac{\pi x}{a}}{\frac{\pi x}{a}}.$$

Este o **funcţie specială** deoarece primitiva ei, denumită **sinus integral** şi notată Si(x)

(4) $$\forall x \in \mathbb{R}, \quad \text{Si(x)} = \int_0^x \frac{\sin t}{t} dt = \int_0^{\text{x}} \text{sinc t. dt} =$$

$$= x - \frac{x^3}{18} + \frac{x^5}{600} - \frac{x^7}{35280} + \frac{x^9}{3265920} + O[x]^{11} =$$

$$= x - \frac{x^3}{3.3!} + \frac{x^5}{5.5!} - \frac{x^7}{7.7!} + \ldots - \ldots = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)^2 (2n)!}$$

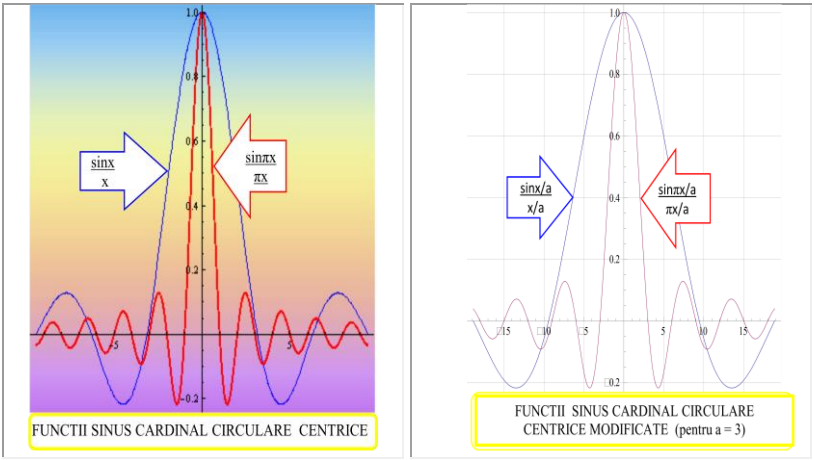


Fig.**1** Graficele funcţiilor circulare centrice sinus cardinal, în 2D, aşa cum sunt cunoscute în literatură

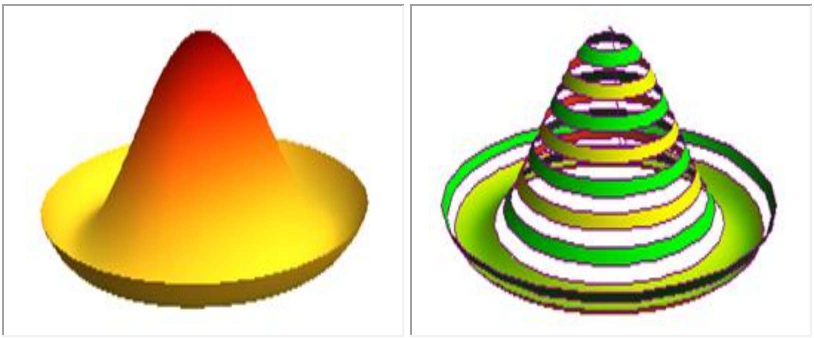


Fig.**2** Funcţia sinus cardinal în 3D sau pălaria mexicană (sombrero)

nu poate fi exprimată exact cu ajutorul funcţiilor elementare, ci doar prin dezvoltări în serii de puteri, aşa cum rezultă din relaţia (4).

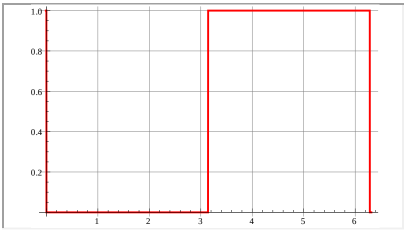
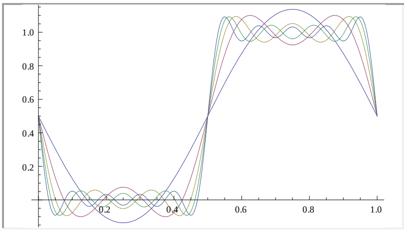
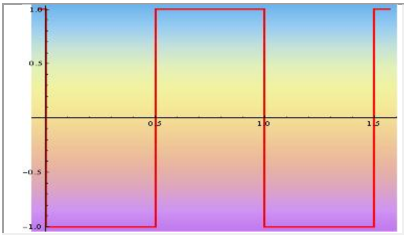
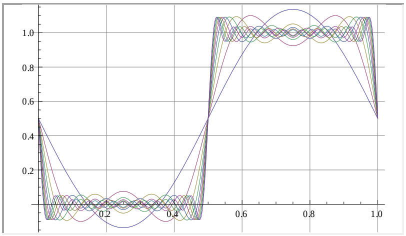
Plot[1-Cos[x-Pi/2]/Sqrt[1 -Sin[x-Pi/2]^2], {x,-Pi,2Pi}]	Plot[Evaluate[Table[1/2–4xSum[Sinc [2Pi(2 k-1) x],{k,n}],{n, 5}]], {x, 0, 1}]
	
	
Unda dreptunghiulară ▲ şi unda pătrată ▼0,5dex[$(\theta - \frac{\pi}{2})$, S(1, 0)]	Fenomenul **Gibbs** pentru o undă pătrată cu n= 5 ▲ şi cu n = 10 ▼

Fig.**3** Comparaţie între funcţia pătrată, derivat excentric şi aproximarea ei prin dezvoltări în serii **Fourier**.

Ca urmare, derivata ei este

(5) $$\forall x \in \mathbb{R},\ Si'(x) = \frac{d(Si\ x)}{dx} = \frac{sinx}{x} = sinc\ x$$

Funcţia **sinus integral** **Si[x]** satisface ecuaţia diferenţială

(6) $$x.f'''_{(x)} + 2f''_{(x)} + x.f'_{(x)} = 0 \rightarrow f(x) = Si(x)$$

Fenomenul **Gibbs** apare la aproximarea funcţiei pătrate cu o serie **Fourier** continuă şi diferenţiabilă (Fig.**3** → dreapta), operaţie care nu mai are sens, odată cu descoperirea funcţiilor **supermatematice circulare excentrice** (**FSM-CE**)**,** deoarece funcţia **derivat excentric** de variabilă excentrică θ poate exprima **exact**

această funcţie dreptunghiulară (Fig.3 ▲ sus) sau pătrată (Fig,3▼ jos), aşa cum se poate observa în graficele lor (Fig. **3** ◄ stânga).

Plot[SinIntegral[x],{x,-20,20}]	Plot3D[Re[SinIntegral[x+Iy]],{x,-20,20},{y,-3,3}]

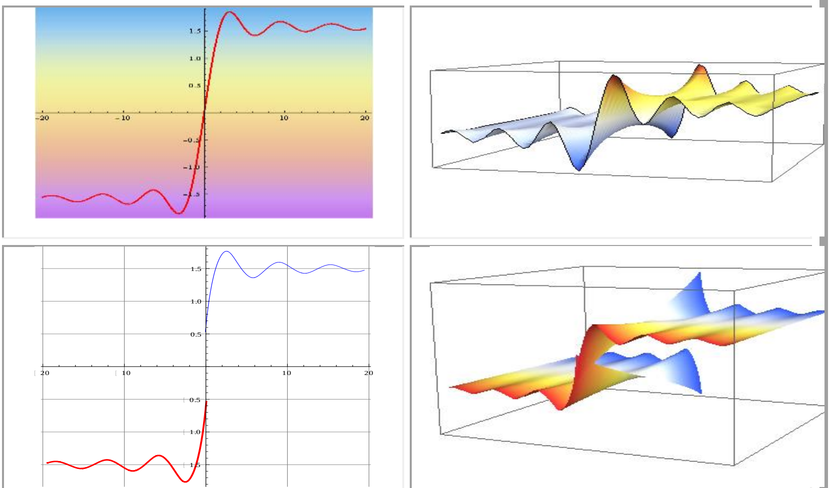


Fig.**4,a** Graficul funcţie sinus integral Si(x) ▲comparativ cu graficul **FSM**-**CE** amplitudine excentrică
1,57 aex[θ, S(0,6; 0)] de variabilă excentrică θ▼

Plot[SinIntegral[x] - (1.57 (x - ArcSin[0.6Sin[x + 0.3Pi]])/x),{x, 0, 40}]

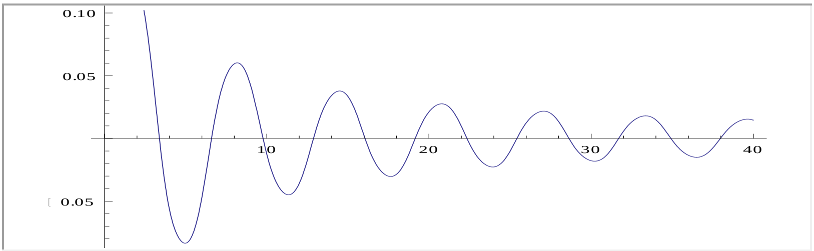


Fig.**4,b** Diferenţa dintre sinus integral şi **FSM**-**CE** amplitudine excentrică F(θ) =1,5 aex[θ, S(0,6; 0)] de variabilă excentrică θ

Funcţia sinus integral (4) poate fi aproximată cu suficienta precizie, cu diferenţe maxime de sub 1 %, cu excepţia zonei din

apropierea originii, de **FSM-CE** amplitudine excentrică de variabilă excentrică θ

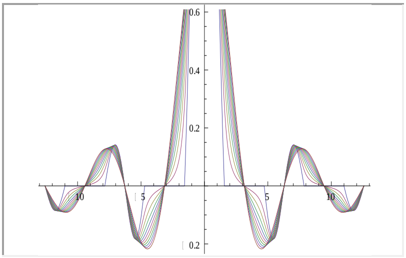
(6) F(θ) =1,57 aex[θ, S(0,6; 0)], aşa cum rezultă din graficul din figura **4,b**.

(7)

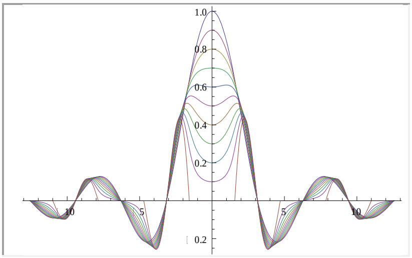
2. FUNCŢII SUPERMATEMATICE CIRCULARE EXCENTRICE CARDINALE. SINUS EXCENTRIC CARDINAL(FSM-CEC)

Ca toate celelalte funcţii supermatematice (**FSM)** ele pot fi excentrice (**FSM-CE**), **elevate** (**FSM-CEL**) şi exotice (**FSM-CEX**), de variabilă excentrică θ, sau de variabilă centrică $\alpha_{1,2}$, de determinare principală, de indice 1, sau de determinare secundară, de indice 2.

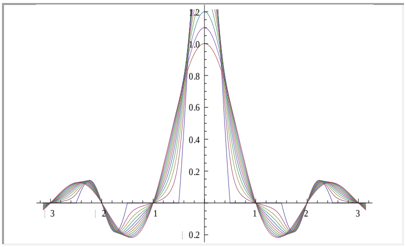
Plot[Evaluate[Table[{Sin[t-ArcSin [s Sin[t]]]/t},{s, -1, 0}], {t,-4 Pi,4 Pi}]]



Plot[Evaluate[Table[{Sin[t-ArcSin[s Sin[t]]]/t},{s, 0, +1}],{t,-4 Pi,4 Pi}]]



Plot[Evaluate[Table[{Sin[Pit-ArcSin[s Sin[Pi t]]]/(Pit)},{s, -1, 0}],{t,-Pi,Pi}]]



Plot[Evaluate[Table[{Sin[Pit-ArcSin [sSin[Pit]]]/(Pit)},{s,0,1}],{t,-Pi,Pi}]]

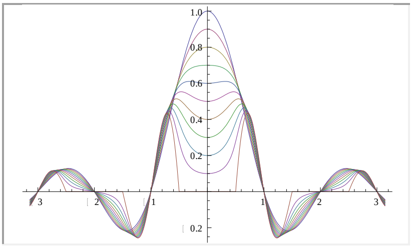


Fig.**5,a** Graficele **FSM-CEC sexc$_1$ [θ, S(s, ε)], de variabilă excentrică θ**

La trecerea din domeniul circular **centric** în cel **excentric**, prin poziţionarea excentrului S(s, ε) în oricare punct din planul cercului unitate, toate funcţiile supermatematice se multiplică de la unu la infinit, adică, dacă în **MC** există câte o unică funcţie, de un anumit gen, în **ME** există o infinitate de astfel de funcţii, iar pentru **s = 0** se va obţine funcţia centrică. Altfel spus, oricare funcţie supermatematică conţine atât pe cele excentrice, cât şi pe cea centrică.

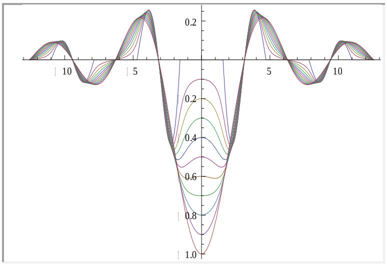
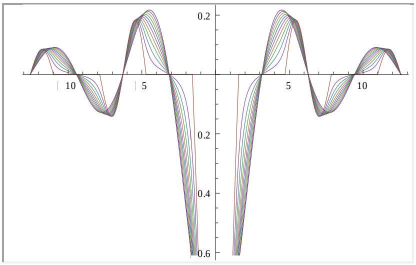
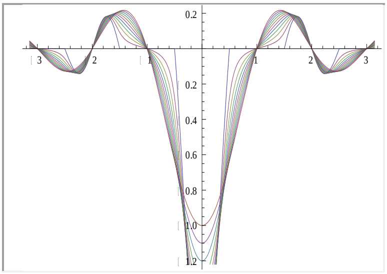
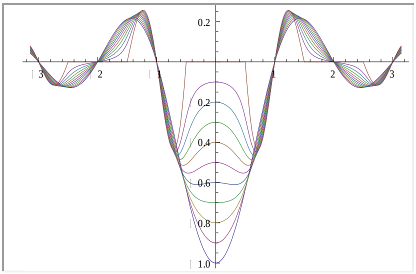
Plot[Evaluate[Table[{Sin[t+ArcSin[s Sin[t]]-Pi]/t},{s,-1,0}],{t,-4Pi, 4Pi}]]	Plot[Evaluate[Table[{Sin[t+ArcSin[s Sin[t]]-Pi]/t},{s,0,1}],{t,-4Pi, 4Pi}]]
	
Plot[Evaluate[Table[{Sin[Pit-ArcSin[s Sin[Pit]]-Pi]/(Pit)},{s,-1,0}],{t,-Pi,Pi}]]	Plot[Evaluate[Table[{Sin[Pit-ArcSin[s Sin[Pit]]-Pi]/(Pit)},{s, 0, 1}],{t,-Pi, Pi}]]
	

Fig.**5,b** Graficele **FSM-CEC sexc₂ [θ, S(s, ε)], de variabilă excentrică θ**

Notată sexc x şi respectiv Sexc x, inexistentă în literatura de specialitete, va fi dată, în cele trei variante, de relaţiile

(8) $\quad \text{sexc } x = \frac{sex\, x}{x} = \frac{sex\,[\theta, S(s,\varepsilon)]}{\theta}$, de variabilă excentrică θ şi

(8’) $\quad \text{Sexc } x = \frac{Sex\, x}{x} = \frac{Sex[\propto, S(s,\varepsilon)]}{\alpha}$, de variabilă centrică α.

(9) sexc x = $\frac{\text{sex}\,\pi x}{\pi x}$, de variabilă excentrică θ,
notata şi prin sexc_π x şi

(9') Sexc x = $\frac{sex\;\pi x}{\pi x} = \frac{Sex[\alpha, S(s,\varepsilon)]}{\alpha}$, de variabilă centrică α, notata şi prin Sexc_π x.

(10) sexc_a x = $\frac{sex\frac{\pi x}{a}}{\frac{\pi x}{a}} = \frac{sex\frac{\pi\theta}{\theta}}{\frac{\pi\theta}{\theta}}$, de variabilă excentrică θ,
cu graficele din figura **5,a** şi

(10') Sexc_a x = $\frac{Sex\frac{\pi x}{a}}{\frac{\pi x}{a}} = \frac{Sex\frac{\pi\alpha}{a}}{\frac{\pi\alpha}{a}}$, de variabilă centrică α,
cu grafuicele din figura **5,b.**

3. FUNCŢIILE SUPERMATEMATICE CIRCULARE EXCENTRICE SINUS ŞI COSINUS ELEVATE CARDINALE (FSM-CELC)

Funcţiile supermatematice circulare elevate (**FSM-CEL**), sinus elevat selθ şi cosinus elevat celθ, reprezintă proiecţia fazorului / vectorului $\vec{r} = rex\theta . rad\theta = rex[\theta, S(s,\varepsilon)]$.radθ pe cele două axe de coordonate X_S şi, respectiv, Y_S cu originea în excentrul S(s, ε), axe paralele cu axele x şi y care au originea în O(0, 0).

Dacă cosinusul şi sinusul excentrice sunt coordonatele punctului W(x,y), faţă de originea **O(0, 0)**, de intersecţie ale dreptei **d** = $d^+ \cup d^-$, turnantă în jurul punctului S(s, ε), cosinusul şi sinusul elevate sunt aceleaşi coordonate faţă de excentrul S(s, ε), adică, considerând originea sistemului de axe de coordonate XSY rectangular drept/reper în S(s, ε). De aceea, între ceste funcţii există relaţiile

(11) $$\begin{cases} x = cex\theta = X + s.cos\varepsilon = cel\theta + s.cos\varepsilon \\ y = Y + s.sin\varepsilon = sex\theta = sel\theta + s.sin\varepsilon \end{cases}$$

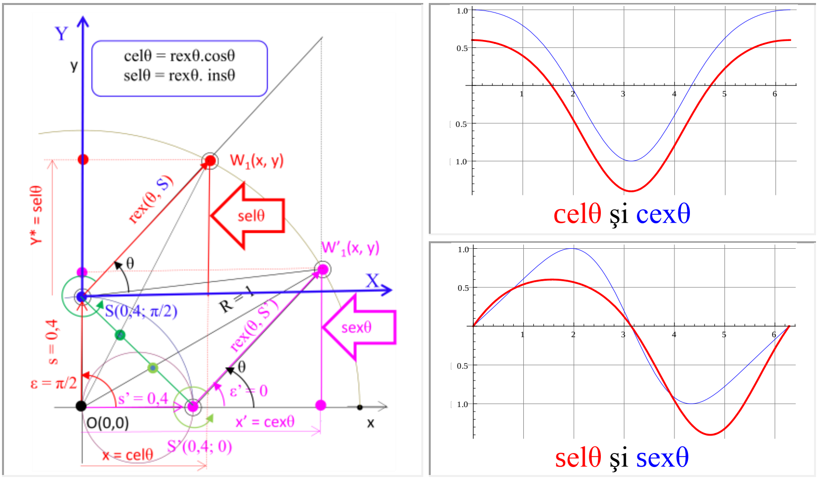


Fig. **6,a** Comparaţie între funcţii supermatematice elevate şi funcţii excentrice

Plot[{Cos[t-ArcSin[0.4Sin[t]]]/t,(-0.4 Cos[t] +Sqrt[1-(0.4Sin[t])^2]) Cos[t]/t},{t,-2 Pi, 2 Pi}]	Plot[{Sin[t-ArcSin[0.4Sin[t]]]/t,(-0.4 Cos[t-Pi/2] +Sqrt[1-(0.4Sin[t-Pi/2])^2]) Sin[t]/t},{t,-2 Pi ,2 Pi}]

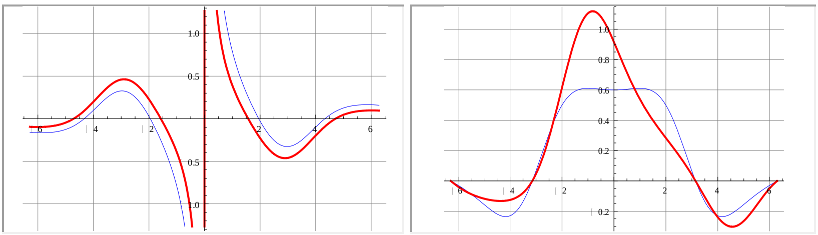


Fig. **6,b** Funcţii supermatematice elevate şi funcţii excentrice cardinale celc(x)◄ şi selc(x) ►de s = 0.4

Din această cauză, pentru ε = 0, adică excentrul S situat pe axa x > 0, sexθ = selθ, iar pentru ε = π/2, cexθ = celθ, aşa cum se poate observa în figura **6,a**. In această figură au fost reprezentate, simultan, graficele funcţiilor elevate celθ şi selθ, dar şi graficele

funcţiilor cexθ şi, respectiv, sexθ pentru comparaţie şi pentru relevarea elevaţiei. Excentricitatea funcţiilor este aceeaşi, de s = 0,4, cu cea din schiţa alăturată şi selθ are ε = $\frac{\pi}{2}$, iar celθ are ε = 0.

Plot[Evaluate[Table[{(-sCos[t]+Sqrt[1- (s Sin[t])^2]) Cos[t]/t}, {s,-1,1}], {t,-3 Pi, 3 Pi}]	Plot[Evaluate[Table[{(-sCos[t-Pi/2] +Sqrt[1-(sSin[t-Pi/2])^2]) Sin[t]/t}, {s,-1,1}],{t,-3 Pi,3 Pi}]

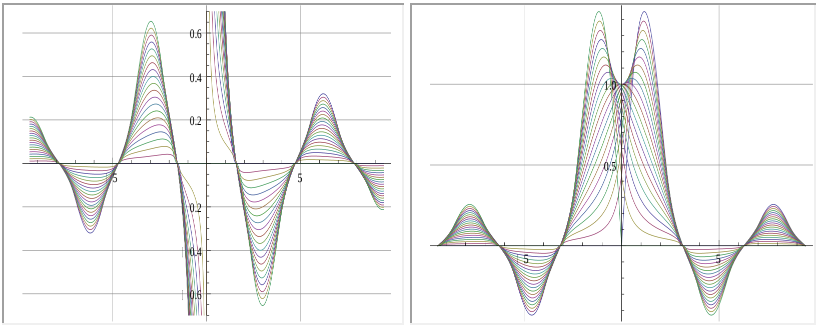


Fig. **6,c** Funcţii supermatematice elevate excentrice **cardinale** celc(x)◄ şi selc(x) ►

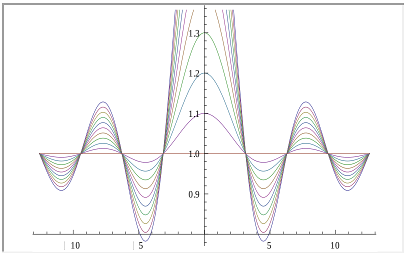
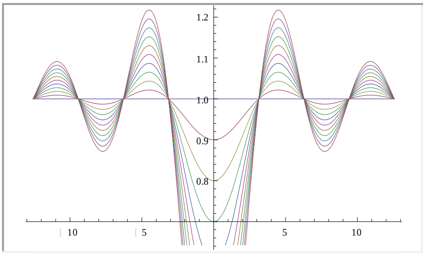
Prin impărţire cu θ, funcţiile elvate, date de relaţiile (11), se transformă în funcţii cosinus şi sinus elvate cardinale, notate celcθ = celc[θ,S] şi selcθ = selc[θ,S], date de expresiile

(12) $$\begin{cases} X = celc\theta = celc[\theta, S(s,\varepsilon)] = cexc\theta - \frac{s.cos\varepsilon}{\theta} \\ Y = selc\theta = selc[\theta, S(s,\varepsilon)] = sexc\theta - \frac{s.sin\varepsilon}{\theta} \end{cases}$$ cu

graficele din figura **6,b** şi **6,c**.

4. FUNCŢII SUPERMATEMATICE CIRCULARE EXCENTRICE CARDINALE (FSM-CEC) NOI

În acest paragraf sunt prezentate funcţii care sunt necunoscute în literatura matematicii centricele, nici ca atare şi nici ca funcţii cardinale sau integrale. Ele sunt funcţiile supermatematice excentrice

Plot[Evaluate[Table[{(t-0.1 s Sin[t])/t}, {s, -10, 0}],{t, -4 Pi, +4 Pi}]]	Plot[Evaluate[Table[{(t – 0.1 s Sin[t])/t}, {s, 0, 10}],{t, -4 Pi, +4 Pi}]]
	

Plot[Evaluate[Table[{(t – 0.1 s Sin[t])/t}, {s, -10, +10}],{t, -3 Pi, +3 Pi}]]

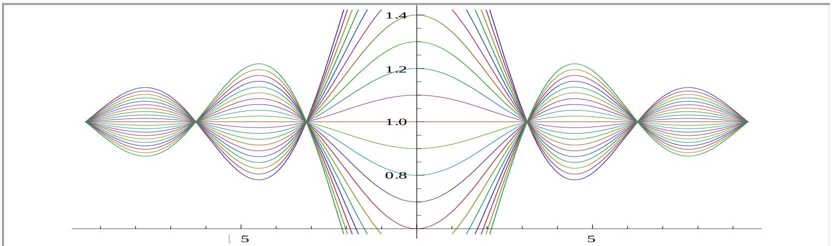


Fig.**7,a** Graficul funcţie supermatematice circulare excentrice cardinală aexc(θ)

Plot[Evaluate[Table[{ArcSin[0.1 s Sin[t]]/t},{s,-10,10}],{t,-4 Pi,4 Pi},ColorFunction->(Hue[2.72 #]&)]]

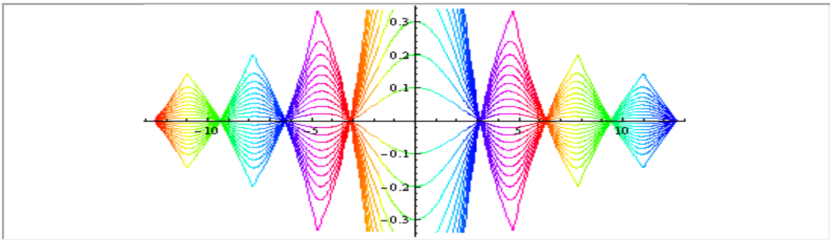
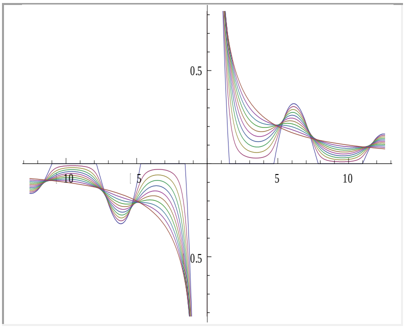


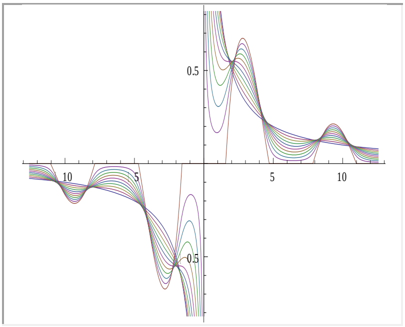
Fig.**7,b** Graficul funcţie supermatematice circulare excentrice cardinală bexc(θ)

amplitudine, beta, radial, derivată excentrice de variabilă excentrică [1], [2], [3], [4], [6], [7] **cardinale** precum şi funcţiile cvadrilobe [5] **cardinale**.

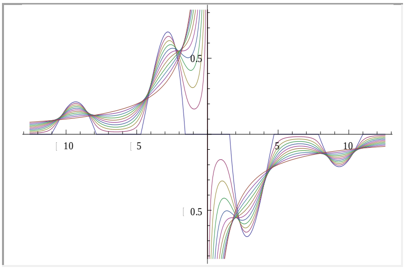
Plot[Evaluate[Table[{(-0.1 s Cos[t] +Sqrt[1-(0.1 s Sin[t])^2])/t},{s,-10,0}],{t,-4 Pi,4 Pi}]]



Plot[Evaluate[Table[{(-0.1 s Cos[t] +Sqrt[1-(0.1 s Sin[t])^2])/t},{s,0,10}],{t,-4 Pi,4 Pi}]]



Plot[Evaluate[Table[{(-0.1 s Cos[t] – Sqrt[1-(0.1 s Sin[t])^2])/t},{s,-10,0}],{t,-4 Pi,4 Pi}]]



Plot[Evaluate[Table[{(-0.1 s Cos[t] – Sqrt[1-(0.1 s Sin[t])^2])/t},{s, 0, 10}],{t,-4 Pi,4 Pi}]]

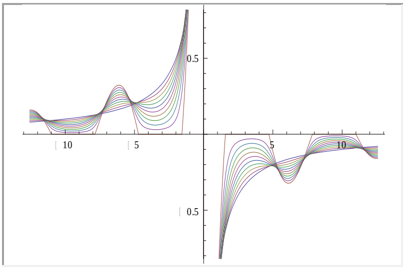


Fig.**7,c** Graficul funcţiilor supermatematice circulare excentrice cardinale $rexc_{1,2}(\theta)$

Funcţia amplitudine excentrică aexθ cardinală, notată aexc(x) = aex[θ, S(s, ε)] , x ≡ θ, are expresia

(13) $$\text{aexc}(\theta) = \frac{aex\theta}{\theta} = \frac{aex[\theta, S(s,\varepsilon)]}{\theta} = \frac{\theta - \arcsin[s\sin(\theta-\varepsilon)]}{\theta}$$

şi graficele din figura **7,a**.

Funcţie beta excentrică cardinală va fi

Plot[Evaluate[Table[{(Sqrt[1-(0.1 s)^2 -0.2 s Cos[t]])/t},{s,-10,0}],{t, -4 Pi, 4 Pi}]]	Plot[Evaluate[Table[{(Sqrt[1-(0.1 s)^2 - 0.2 s Cos[t]])/t},{s,0,10}],{t,-4 Pi,4 Pi}]]

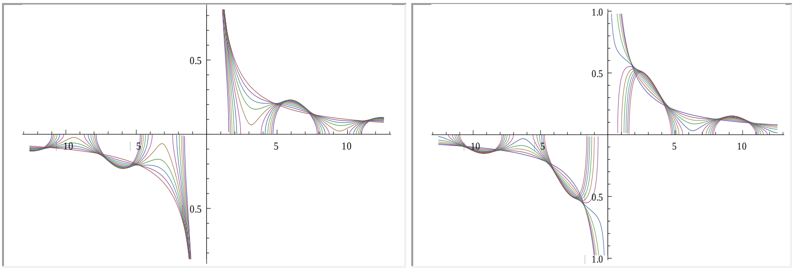
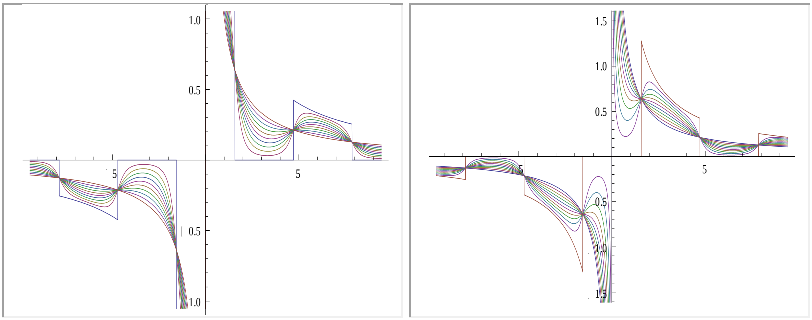


Fig.**7,d** Graficul funcţie supermatematice circulare radial excentrică cardinală Rexc(θ)

Plot[Evaluate[Table[{(1-sCos[t]/Sqrt[1-(s Sin[t])^2])/t},{s,-1,0}],{t,-3 Pi,3 Pi}]]	Plot[Evaluate[Table[{(1-sCos[t]/Sqrt[1-(s Sin[t])^2])/t},{s, 0, 1}],{t,-3 Pi,3 Pi}]]



Plot[Evaluate[Table[{((1-sCos[t])/(1+(s)^2 -2 s Cos[t]))/t},{s,-1,0}],{t,-3Pi,3 Pi}]]	Plot[Evaluate[Table[{((1-sCos[t])/ (1+(s)^2-2sCos[t]))/t},{s,0,10}], {t,-3 Pi,3 Pi}]]

Fig.**8,a** Graficul funcţie supermatematice circulare radial excentrică cardinală $dexc_1(\theta)$

(14) $\quad \mathrm{bexc}(\theta) = \dfrac{bex\theta}{\theta} = \dfrac{bex[\theta, S(S,\varepsilon)]}{\theta} = \dfrac{\arcsin[s\sin(\theta-\varepsilon)]}{\theta}$,

cu graficele din figura **7,b**.

Funcţia radial excentric cardinal de variabilă excentrică θ are expresia

(15) $\text{rexc}_{1,2}(\theta) = \frac{rex\theta}{\theta} = \frac{rex[\theta,S(s,\varepsilon)]}{\theta} = \frac{-s\cos(\theta-\varepsilon)\pm\sqrt{1-s^2\sin(\theta-\varepsilon)}}{\theta}$ şi graficele din figura **7,c**, iar aceeaşi funcţie, dar de variabilă centrică α are expresia

(16) $\text{Rexc}(\alpha_{1,2}) = \frac{Rex\propto_{1,2}}{\propto_{1,2}} = \frac{Rex[\propto_{1,2},S(s,\varepsilon)]}{\propto_{1,2}} = \frac{\pm\sqrt{1+s^2-2s\cos(\alpha_{1,2}-\varepsilon)}}{\propto_{1,2}}$

şi graficele, pentru $\text{Rexc}(\alpha_1)$, din figura **7.d**.

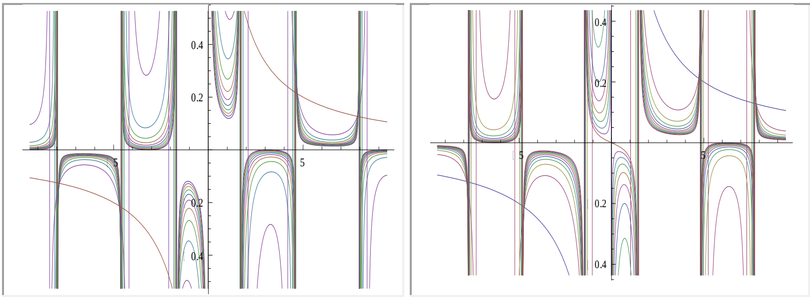


Fig.**8,b** Graficul funcţie supermatematice circulare radial excentrică cardinală Dexc $(\propto_1)$

O funcţie supermatematică circulară excentrică cu largi aplicaţii, ea reprezentând funcţia de transmitere a vitezelor şi/sau a turaţiilor tuturor mecanismelor plane cunoscute, este funcţia derivată excentrică $dex_{1,2}\theta$ şi $Dex\alpha_{1,2}$ care prin impărţire / raportarea cu argumentele θ şi, respectiv, α, conduc la funcţiile corespondente cardinale, notate $dexc_{1,2}(\theta)$ şi, respectiv $Dexc(\alpha_{1,2})$ şi de expresii

(17)
$$\begin{cases} dexc_{1,2}\theta = \frac{dex_{1,2}\theta}{\theta} = \frac{dex_{1,2}[\theta,S(s,\varepsilon)]}{\theta} = \frac{1-\frac{s.\cos(\theta-\varepsilon)}{\sqrt{1-s^2\sin^2(\theta-\varepsilon)}}}{\theta}, \\ Dexc\alpha_{1,2} = \frac{Dex\alpha_{1,2}}{\alpha_{1,2}} = \frac{Dex[\alpha_{1,2},\ S(s,\varepsilon)]}{\alpha_{1,2}} = \frac{\pm\sqrt{1+s^2-2s.\cos(\propto_{1,2}-\varepsilon)}}{\alpha_{1,2}} \end{cases}$$

cu graficele din figura **8**.

Deoarece $Dex\alpha_{1,2} = \frac{1}{dex_{1,2}\theta}$ rezultă că şi → $Dexc\alpha_{1,2} = \frac{1}{dexc_{1,2}\theta}$

Funcţiile cvadrilobe siqθ şi coqθ prin împărţirea lor cu argumentul θ, conduc la obţinerea funcţiilor cvadrilobe cardinale siqc θ şi coqc θ de expresii

$$(18)\qquad \begin{cases} coqc\,\theta = \frac{coq\theta}{\theta} = \frac{coq[\theta,S(s,\varepsilon)]}{\theta} = \frac{\cos(\theta-\varepsilon)}{\theta\sqrt{1-s^2 sin^2(\theta-\varepsilon)}} \\ siqc\,\theta = \frac{siq\theta}{\theta} = \frac{siq[\theta,S(s,\varepsilon)]}{\theta} = \frac{\sin(\theta-\varepsilon)}{\theta\sqrt{1-s^2 cos^2(\theta-\varepsilon)}} \end{cases},$$

cu graficele din figura 9.

Plot[Evaluate[Table[{(Cos[t] /Sqrt[1-(0.1 s Sin[t])^2])/t},{s,0,10}],{t,-4 Pi,4 Pi}]]	Plot[Evaluate[Table[{(Sin[t] /Sqrt[1-(0.1 s Cos[t])^2])/t},{s,0,10}],{t,-4 Pi,4 Pi}]]

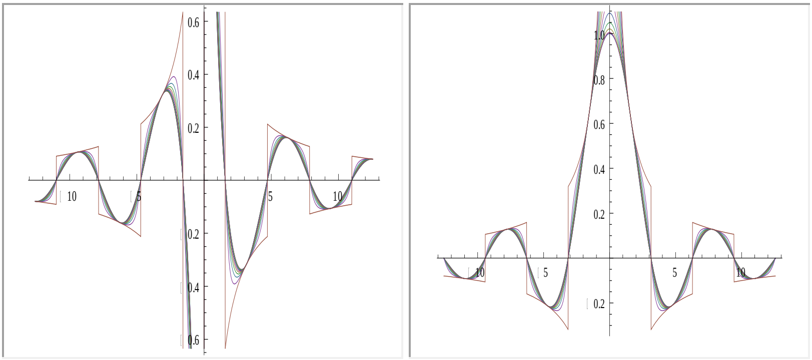


Fig.**9** Graficul funcţie supermatematice cvadrilobe cardinală ceqc (θ) ◄ şi siqc(θ) ►

Se ştie ca, prin integrarea definită a funcţiilor cardinale centrice şi excentrice, într-un cuvânt supermatematice, se obţin funcţiile integrale corespunzătoare.

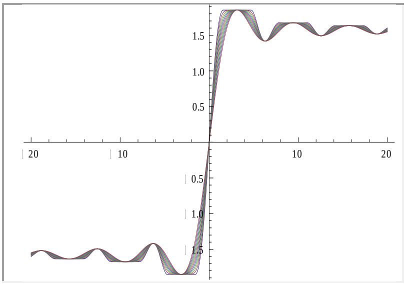
Astfel de funcţii supermatematice integrale sunt prezentate în continuare. Pentru excentricitate nulă, ele degenerează în funcţii integrale centrice, in rest ele aparţin noii matematici excentrice.

5. FUNCŢII SINUS INTEGRAL EXCENTRICE

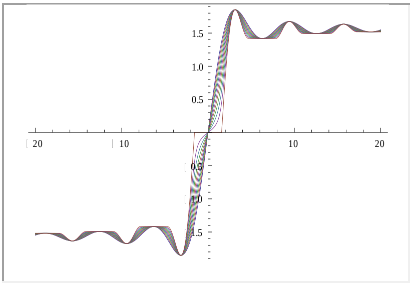
Se obţin prin integrarea funcţiilor sinus cardinal excentrice (13) şi sunt

(19) sie x = $\int_0^x sexc\,\theta.d\theta$ cu graficele din figura **10**, pentru cele de variabilă excentrică x ≡ θ.

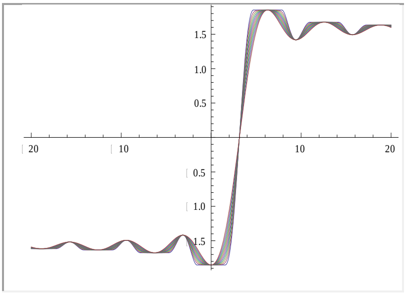
Plot[Evaluate[Table[{SinIntegral[x-ArcSin[s Sin[x]]]},{s,-1,0}],{x,-20,20}]]



Plot[Evaluate[Table[{SinIntegral[x-ArcSin[s Sin[x]]]},{s,0,1}],{x,-20,20}]]



Plot[Evaluate[Table[{SinIntegral[x+ArcSin[sSin[x]]-Pi]},{s,-1,0}],{x,-20,20}]]



Plot[Evaluate[Table[{SinIntegral[x+ArcSin[sSin[x]]-Pi]},{s,0,1}],{x,-20,20}]]

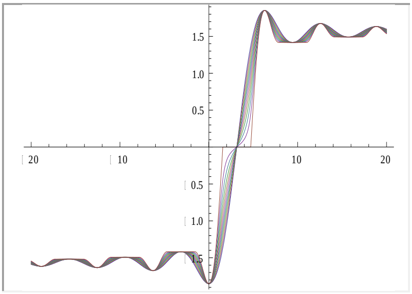


Fig.**10,a** Graficul funcţie sinus integral excentric $sie_1(x)$ ▲ şi $sie_2(x)$ ▼

Spre deosebire de funcţiile centrice corespondente, unde sinusul integral este notat cu **S**i(x), sinusul integral excentric de variabilă excentrică a fost notat **s**ie(x), fără majuscula S, care se va atribui, conform convenţiei, doar **FSM**-**CEC** de variabilă centrică.

Funcţia sinus integral excentric de variabilă centrică, notate **S**ie(x) se obţin prin integrarea funcţiei supermatematice circulare excentrice sinus excentric cardinal de variabilă centrică (14)

(20) Sexc(x) = Sexc[α, S(s, ε)], astfel că ea este

(21) $\quad Sie(x) = \int_0^x \frac{Sex[\alpha, S(s,\varepsilon)]}{\alpha} d\alpha$, cu graficele din figura **10,b**.

Plot[Evaluate[Table[SinIntegral[x+ArcTan [sSin[x]/(1-sCos[x])]],{s,-1,0}], {x,-4 Pi,4 Pi}]]	Plot[Evaluate[Table[SinIntegral[x+ArcTan [sSin[x]/(1-sCos[x])]],{s,0,1}], {x,-4 Pi,4 Pi}]]

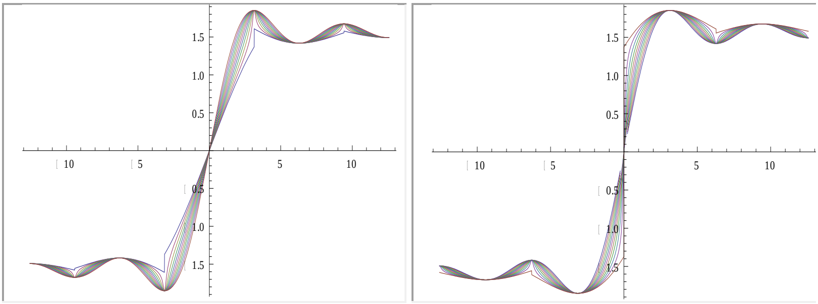


Fig.**10,a** Graficul funcţie sinus integral excentric sie_1 (x)

6. C O N C L U Z I I

Lucrarea a scos în evidenţă posibilitatea multiplicării nedefinite a funcţiilor cardinale şi a celor integrale din domeniul matematicii centrice în cel al matematicicii excentrice sau al supermatematicii care constitue o reuniune a celor două matematici.

Totodată, au fost întroduse prin supermatematică, pe lângă funcţiile cardinale şi integrale cu corespondente în matematica centrică, o serie de funcţii cardinale noi ce nu au corespondente în matematica centrică.

Nici aplicaţiile noilor funcţii supermatematice cardinale şi integrale, cu siguranţă, că nu se vor lăsa prea mult aşteptate.

6. B I B L I O G R A F I E

[1]	ŞELARIU, Mircea Eugen	FUNCŢII CIRCULARE EXCENTRICE	Com. I Conferinţă Naţională de Vibraţii în Construcţia de Maşini, Timişoara, 1978, pag.101...108
[2]	ŞELARIU, Mircea	FUNCŢII CIRCULARE EXCENTRICE şi EXTENSIA	Bul .Şt.şi Tehn. al I.P. ”TV” Timişoara, Seria Mecanică, Tomul

	Eugen	LOR.	25(39), Fasc. 1-1980, pag. 189...196
[3]	ŞELARIU, Mircea Eugen	S U P E R M A T E M A T I C A	Com.VII Conf. Internaţ. De Ing. Manag. Si Tehn.,TEHNO'95 Timişoara, 1995, Vol. 9 : Matematica Aplicată,. Pag.41…64
[4]	ŞELARIU, Mircea Eugen	FUNCŢII SUPERMATEMATICE CIRCULARE EXCENTRICE DE VARIABILĂ CENTRICĂ	TEHNO ' 98. A VIII-a Conferinţa de Inginerie Menagerială şi Tehnologică, Timişoara 1998, pag 531..548
[5]	ŞELARIU, Mircea Eugen	QUADRILOBIC VIBRATION SYSTEMS	The 11–th International Conference on Vibration Engineering, Timişoara, Sept. 27-30, 2005, pag. 77 … 82
[6]	ŞELARIU, Mircea Eugen	SUPERMATEMATICA. Fundamente Vol.I	Ed.Politehnica, Timişoara, 2007
[7]	ŞELARIU, Mircea Eugen	SUPERMATEMATICA. Fundamente Vol.II	Ed.Politehnica, Timişoara, 2011 (Sub tipar)
[8]			
[9]			

www.supermathematica.com
www.supermatematica.ro
www.eng.upt.ro/~mselariu